2°/ Etudier le sens des variations de F.

3°/a) Prouver que $\forall t \geq 1$, on a : $\frac{1}{\sqrt{t^4+1}} \leq \frac{1}{t^2}$.

b) En déduire que $\forall x \geq 1$, $F(x) - F(1) \leq 1$.

c) En déduire que F admet une limite finie l en $+\infty$.

On admettra que $l \approx 0{,}92$.

4°/a) Ecrire une équation de la tangente (T) à C_F au point d'abscisse $x_0 = 0$.

b) Etudier la position de C_F et (T).

c) Donner l'allure de la courbe C_F dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 7 (BAC Tunisien) :

Pour tout entier naturel non nul, on pose $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\text{tg}\, x)^n \, dx$.

1°/ a) Pour tout réel x de l'intervalle $[0, \frac{\pi}{4}]$ et pour tout entier naturel n, calculer la dérivée de la fonction $x \mapsto (\text{tg}\, x)^{n+1}$

b) En déduire que, pour tout entier naturel non nul n, on a :

$I_n + I_{n+2} = \frac{1}{n+1}$.

2°/ a) Montrer que, pour tout entier naturel non nul, on a : $I_n \geq 0$.

En déduire que $I_n \leq \frac{1}{n+1}$.

b) Calculer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} I_n$.

Exercice 8 :

Soit f la fonction définie sur **R** par $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2+1}$.

1°/a) Dresser le tableau de variation de f et tracer sa courbe représentative (C) dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

b) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans **R** une solution unique α telle que : $1 < \alpha < \frac{3}{2}$.